

*Филиппов С.Н.*

Московский физико-технический институт

### **Положительные и вполне положительные отображения в задаче нахождения квантовых каналов, разрушающих или аннигилирующих сцепленность**

Рассмотрим 2-мерное комплексное векторное пространство  $H$  со скалярным произведением  $\langle \varphi | \psi \rangle$ ,  $\varphi, \psi \in H$ , удовлетворяющим аксиомам унитарного пространства и линейным по второму аргументу (называемое в физической литературе гильбертовым пространством кубита). Состояние кубита задается оператором плотности  $\rho$  в  $H$  ( $\rho \geq 0$ ,  $\text{Tr } \rho = 1$ ), а состояние двух кубитов задается оператором плотности  $\rho_{12}$  в  $H \otimes H$ . Сцепленность состояния  $\rho_{12}$  означает, что его невозможно представить в виде выпуклой суммы факторизованных состояний  $\sum_i p_i \rho_i^{(1)} \otimes \rho_i^{(2)}$ . вполне положительное отображение  $E$  множества квантовых состояний, сохраняющее след, суть квантовый канал.

**Определение 1.** Квантовый канал  $E$  называется разрушающим сцепленность [1], если  $(E \otimes Id_{\text{anc}})[\rho_{q+\text{anc}}]$  есть сепарабельное (расцепленное) состояние рассматриваемой системы ( $q$ ) и вспомогательной системы ( $\text{anc}$ ) для любого входного состояния  $\rho_{q+\text{anc}}$ . Здесь  $Id$  означает тождественное преобразование.

Для практических применений сцепленных состояний полезным оказывается следующее понятие, введенное в работе [2].

**Определение 2.** Канал  $E_{12}$ , действующий в пространстве состояний составных систем 1 и 2, называется аннигилирующим сцепленность, если  $E_{12}[\rho_{12}]$  есть сепарабельное состояние систем 1 и 2 для любого входного состояния  $\rho_{12}$ .

Предметом исследования доклада являются локальные двухкубитные квантовые каналы  $E_1 \otimes E_2$ . Для таких каналов справедливо следующее

**Утверждение 1.** Канал  $E_1 \otimes E_2$  является разрушающим сцепленность тогда и

только тогда, когда  $E_1$  и  $E_2$  разрушают сцепленность.

В силу Утверждения 1, каждый канал  $E_1 \otimes E_2$ , разрушающий сцепленность, является также аннигилирующим сцепленность. Однако обратное не всегда имеет место. В докладе исследуются необходимые и достаточные условия аннигиляции сцепленности каналом  $E_1 \otimes E_2$ .

**Определение 3.** Квантовый канал  $E$  называется унитарным, если  $E[I] = I$ , где  $I$  – единичный оператор.

Унитарный однокубитный канал  $E_i$ ,  $i=1,2$ , задаётся тремя сингулярными значениями  $(\lambda_i^x, \lambda_i^y, \lambda_i^z) \equiv \vec{\lambda}_i$ . Обозначим  $\tilde{E}_i$  отображение, для которого  $\vec{\tilde{\lambda}}_i = -\vec{\lambda}_i$ . В литературе известно, что унитарный однокубитный канал  $E$  разрушает сцепленность тогда и только тогда, когда отображение  $\tilde{E}$  есть квантовый канал, т.е.  $|\lambda^x| + |\lambda^y| + |\lambda^z| \leq 1$ . В докладе доказываются следующие утверждения:

**Утверждение 2.** Пусть  $E_1$  и  $E_2$  - унитарные однокубитные каналы. Канал  $E_1 \otimes E_2$  аннигилирует сцепленность тогда и только тогда, когда отображения  $\tilde{E}_1 \otimes E_2$  и  $E_1 \otimes \tilde{E}_2$  являются положительными.

**Утверждение 3.** Пусть  $E_1$  и  $E_2$  - унитарные однокубитные каналы такие, что  $E_1^2$  и  $E_2^2$  разрушают сцепленность, тогда  $E_1 \otimes E_2$  аннигилирует сцепленность.

**Утверждение 4.** Для того, чтобы унитарный канал  $E \otimes E$  аннигилировал сцепленность необходимо и достаточно, чтобы  $E^2$  разрушал сцепленность.

**Утверждение 5.** Пусть  $E_1 \otimes E_2$  не аннигилирует сцепленность и  $E_i = F_i \cdot G_i$  для некоторых унитарных каналов  $F_i, G_i, i=1,2$ . Тогда  $G_1 \otimes G_2$  также не является аннигилирующим сцепленность.

**Утверждение 6.** Канал  $E_1 \otimes E_2$  из унитарных составляющих  $E_1$  и  $E_2$  не аннигилирует сцепленность, если  $(\vec{\lambda}_1 \cdot \vec{\lambda}_2) > 1$ .

Работа поддержана грантами РФФИ 09-02-00142, 10-02-00312, 11-02-00456, Региональным общественным Фондом содействия отечественной науке в рамках проекта «Лучшие аспиранты РАН 2010», Фондом некоммерческих программ «Династия», Министерством образования и науки Российской Федерации в

рамках проектов 2.1.1/5909, П558, 14.740.11.0497 и 14.740.11.1257.

### Литература

1. Холево А.С. Квантовые системы, каналы, информация. – М.: МЦНМО, 2010. – 328 с.
2. Moravchikova L., Ziman M. Entanglement-annihilating and entanglement-breaking channels // Journal of Physics A. – 2010. – V. 43. – P. 275306.