

Филиппов С.Н.¹, Манько В.И.^{1,2}

¹ Московский физико-технический институт

² Физический институт им. П.Н. Лебедева РАН

Уравнения квантовой динамики упорядоченных моментов операторов рождения и уничтожения фотонов в формализме звёздочного произведения

В докладе рассматривается схема звёздочного произведения символов, определённых нормально упорядоченными моментами $(\hat{a}^\dagger)^m \hat{a}^n$ операторов рождения (\hat{a}^\dagger) и уничтожения (\hat{a}) фотонов. Оригинальная идея представления операторов символами, предложенная в работе [1], основывалась на семействе деквантайзеров, зависящих от непрерывного параметра. В настоящем докладе данная идея развивается на случай деквантайзеров вида $(\hat{a}^\dagger)^m \hat{a}^n$, параметризованных двумя неотрицательными целыми числами m, n . Соответствующее фазовое пространство представляет собой двумерную решётку и обладает тем преимуществом, что квантовая динамика описывается разностными уравнениями для символов $f_\rho(m, n) = \text{Tr}[(\hat{a}^\dagger)^m \hat{a}^n \hat{\rho}]$ оператора плотности $\hat{\rho}$ в отличие от дифференциальных уравнений в частных производных для стандартных квазираспределений на (q, p) -плоскости, для численного решения которых обычно используются конечно-разностные схемы с неоднозначным выбором размера сетки и плотности узлов.

Все квазираспределения, включая и функцию двух дискретных аргументов $f_\rho(m, n)$, эквивалентны в том смысле, что содержат полную информацию о рассматриваемой системе. Различие между описаниями проявляется в конкретных приложениях. Оказалось, что при измерении микроволновых квантовых состояний, распространяющихся в пространстве, именно нормально упорядоченные моменты $f_\rho(m, n)$ содержат первичную информацию о системе и могут быть экспериментально определены [2-4]. В работе [5] излагается процедура устранения теплового шума и извлечения упорядоченных моментов из экспериментальных данных, а также ставится задача нахождения уравнений эволюции для символов $f_\rho(m, n; t)$. В настоящем докладе данные уравнения выводятся с помощью аппарата звёздочного произведения символов. Например, показывается, что эволюция с диссипацией сводится к уравнению

$$\frac{\partial f_{\rho}(m, n; t)}{\partial t} = [i(m - n) - \gamma(m + n)]f_{\rho}(m, n; t) + 2\gamma\nu m n f_{\rho}(m - 1, n - 1; t),$$

где γ – коэффициент затухания, ν – равновесное количество фотонов в моде. Полученное уравнение является локальным на решётке (m, n) . Подобная локальность также характерна и для квантовой динамики нерелятивистских частиц в плавно изменяющихся потенциалах.

Другой существенный результат работы заключается в нахождении явного вида ядра звёздочного произведения и ядер перехода к другим представлениям. Поскольку ядро всякой схемы звёздочного произведения должно удовлетворять определённым нелинейным уравнениям, то подстановка найденного ядра в одно из таких уравнений позволила нам найти новое соотношение для факториалов.

Работа поддержана грантами РФФИ 09-02-00142, 10-02-00312, 11-02-00456, Региональным общественным Фондом содействия отечественной науке в рамках проекта «Лучшие аспиранты РАН 2010», Фондом некоммерческих программ «Династия», Министерством образования и науки Российской Федерации в рамках проектов 2.1.1/5909, П558, 14.740.11.0497 и 14.740.11.1257.

Литература

1. Стратонович Р.Л. О распределениях в изображающем пространстве // Журнал экспериментальной и теоретической физики. – 1956. – Т. 31, № 6. – С. 1012–1020.
2. Menzel E. P., Deppe F., Mariani M., Araque Caballero M. A., Baust A., Niemczyk T., Hoffmann E., Marx A., Solano E., Gross R. Dual-path state reconstruction scheme for propagating quantum microwaves and detector noise tomography // Physical Review Letters. – 2010. – Т. 105, N. 10. – P. 100401.
3. Mariani M., Menzel E.P., Deppe F., Araque Caballero M.A., Baust A., Niemczyk T., Hoffmann E., Solano E., Marx A., Gross R. Planck spectroscopy and quantum noise of microwave beam splitters // Physical Review Letters. – 2010. – V. 105, N. 13. – P. 133601.
4. Eichler C., Bozyigit D., Lang C., Steffen L., Fink J., Wallraff A. Experimental state tomography of itinerant single microwave photons // Physical Review Letters. – 2011. – V. 106, N. 22. – P. 220503.
5. Filippov S.N., Man'ko V.I. Measuring microwave quantum states: tomogram and moments // Physical Review A. – 2011. – V. 84, N. 3. – P. 033827.